

**Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«Московский физико-технический институт
(национальный исследовательский университет)»**

УТВЕРЖДЕНО
Проректор по учебной работе

А.А. Воронов

| | |
|----------------------------|--|
| | Рабочая программа дисциплины (модуля) |
| по дисциплине: | Математическая статистика |
| по направлению: | Прикладные математика и физика |
| профиль подготовки: | Управление инновациями в бизнесе Физтех-школа бизнеса высоких технологий кафедра высшей математики |
| курс: | 2 |
| квалификация: | бакалавр |

Семестр, формы промежуточной аттестации: 4 (весенний) - Дифференцированный зачет

Аудиторных часов: 52 всего, в том числе:

лекции: 26 час.

семинары: 26 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 38 час.

Всего часов: 90, всего зач. ед.: 2

Количество контрольных работ, заданий: 3

Программу составили:

А.В. Булинский, канд. физ.-мат. наук, доцент

В.Ю. Дубинская, канд. физ.-мат. наук, доцент

Программа обсуждена на заседании кафедры высшей математики 23.11.2023

Аннотация

Математической статистикой используются понятия, объекты и методы, имеющие большое прикладное значение в различных областях естественно-научного и гуманитарного знания, социально-экономических наук, а также при решении широкого круга практических вопросов в области бизнеса и финансов. В данном курсе изучаются основы выборочного метода обработки и первичного исследования эмпирических данных, построения точечных и интервальных оценок для неизвестных параметров генеральной совокупности, аппарат проверки статистических гипотез разного рода, построения и анализа модели линейной регрессии.

Для освоения и глубокого понимания программы необходимо основательное изучение предшествующего курса теории вероятностей.

1. Цели и задачи

Цель дисциплины

- формирование базовых знаний в области математической статистики для дальнейшего использования их в разнообразных приложениях;
- формирование математической культуры и исследовательских навыков при изучении вероятностных моделей систем, актуальных для физики, химии, биологии, радиотехники, экономики, финансовой математики и др.;
- овладение методами статистической обработки эмпирических данных, аппаратом параметрического оценивания и проверки гипотез по выборочным данным, регрессионного анализа.

Задачи дисциплины

- приобретение обучающимися теоретических знаний и практических навыков, связанных с применениями математической статистики;
- свободное владение базовыми понятиями, формулами и классическими схемами;
- знание основных теорем и границ их применимости;
- развитие умения строить математические модели, отражающие те или иные стороны случайных явлений, и судить об адекватности моделей;
- практическое освоение статистических методов обработки данных, построения точечных и интервальных оценок, использование различных критериев проверки статистических гипотез, линейной регрессии.

2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

| Код и наименование компетенции | Индикаторы достижения компетенции |
|--|--|
| УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач | УК-1.1 Анализирует задачу, выделяя этапы ее решения, действия по решению задачи |
| | УК-1.2 Находит, критически анализирует и выбирает информацию, необходимую для решения поставленной задачи |
| | УК-1.3 Рассматривает различные варианты решения задачи, оценивает их преимущества и недостатки |
| | УК-1.4 Грамотно, логично, аргументированно формирует собственные суждения и оценки |
| УК-6 Способен управлять своим временем, выстраивать и реализовывать траекторию саморазвития на основе принципов образования в течение всей жизни | УК-6.2 Способен планировать самостоятельную деятельность в решении профессиональных задач; подвергать критическому анализу проделанную работу; находить и творчески использовать имеющийся опыт в соответствии с задачами саморазвития |

3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны знать:

определения и свойства основных объектов изучения теории математической статистики, формулировки наиболее важных утверждений, методы их доказательств, возможные сферы приложений, в том числе:

- понятие выборочного метода;
- вариационный ряд, выборочная функция распределения, гистограмма, выборочное среднее и выборочная дисперсия;
- основные свойства точечных оценок параметров и методы их построения (моментов, максимального правдоподобия), интервальные оценки;
- проверка гипотез, статистические критерии;
- модель линейной регрессии.

уметь:

решать задачи вычислительного и теоретического характера в области математической статистики, устанавливать взаимосвязи между вводимыми понятиями, применять и доказывать основные теоремы и формулы, в том числе:

- анализировать свойства генеральной совокупности по эмпирическим данным;
- строить точечные оценки параметров и исследовать их свойства;
- строить интервальные оценки параметров;
- формулировать статистические гипотезы и проверять их с использованием различных критериев;
- строить и анализировать модель парной линейной регрессии.

владеть:

разнообразным математическим аппаратом, подбирая сочетания различных методов, для описания и анализа стохастических моделей динамики, в том числе:

- основными приемами вычисления пределов, исследования на экстремум функций одной и нескольких переменных;
- использованием различных видов сходимости последовательностей случайных величин;
- аппаратом условных математических ожиданий.

4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

| № | Тема (раздел) дисциплины | Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час. | | | |
|-----------------------|--|---|----------|-----------------|----------------|
| | | Лекции | Семинары | Лаборат. работы | Самост. работа |
| 1 | Выборочный метод. Элементарная обработка эмпирических данных. | 2 | 2 | | 6 |
| 2 | Точечные оценки параметров генеральной совокупности: свойства и методы построения. | 6 | 6 | | 8 |
| 3 | Доверительные интервалы. | 6 | 6 | | 6 |
| 4 | Проверка статистических гипотез. | 8 | 8 | | 10 |
| 5 | Линейная регрессия. | 4 | 4 | | 8 |
| Итого часов | | 26 | 26 | | 38 |
| Подготовка к экзамену | | 0 час. | | | |
| Общая трудоёмкость | | 90 час., 2 зач.ед. | | | |

4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

Семестр: 4 (Весенний)

1. Выборочный метод. Элементарная обработка эмпирических данных.

Генеральная совокупность и выборка. Вариационный ряд. Эмпирическая функция распределения. Гистограмма. Полигон частот. Выборочные моменты.

2. Точечные оценки параметров генеральной совокупности: свойства и методы построения.

Достаточная статистика. Состоятельность, несмещенность и эффективность точечных оценок. Метод моментов и максимального правдоподобия; свойства оценок, получаемых при их помощи. Критерий факторизации. Доверительные интервалы.

3. Доверительные интервалы.

Построение интервальных оценок параметров генеральной совокупности при заданной доверительной вероятности.

4. Проверка статистических гипотез.

Параметрические и непараметрические гипотезы. Ошибка первого и второго рода. Лемма Неймана-Пирсона. Критерий хи-квадрат проверки гипотез. Проверка гипотезы независимости. Критерий обобщенного отношения правдоподобия. Проверка гипотез для нормальных распределений.

5. Линейная регрессия.

Построение и анализ модели парной линейной регрессии.

5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Учебная аудитория, оснащенная мультимедиа проектором, экраном и микрофоном.

6. Перечень рекомендуемой литературы

Основная литература

1. Вероятность [Текст] : в 2 т. Т. 1 : Элементарная теория вероятностей. Математические основания. Предельные теоремы : учебник для вузов / А. Н. Ширяев .— 4-е изд., перераб. и доп. — М. : Изд-во МЦНМО, 2007, 2011 .— 552 с.
2. Теория вероятностей, случайные процессы и математическая статистика [Текст] : учебник для вузов / Ю. А. Розанов .— 2-е изд., доп. — М. : Наука, 1989 .— 312 с.
3. Математическая статистика [Текст] : [учебник для вузов] / А. А. Боровков .— [3-е изд., испр.] .— М. : Физматлит, 2007 .— 704 с.

Дополнительная литература

1. Введение в математическую статистику [Текст] / Г. И. Ивченко, Ю. И. Медведев, М., ЛКИ, 2010, 2014, 2015

7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

<http://www.math.mipt.ru>

<http://lib.mipt.ru>

<http://www.exponenta.ru> – образовательный математический сайт.

<http://mathnet.ru> – общероссийский математический портал.

<http://www.edu.ru> – федеральный портал «Российское образование».

<http://benran.ru> –библиотека по естественным наукам Российской академии наук.

<http://www.i-exam.ru> – единый портал Интернет-тестирования в сфере образования.

8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

На лекционных занятиях возможно использование мультимедийных технологий, включая демонстрацию презентаций.

В процессе самостоятельной работы обучающихся возможно использование таких программных средств, как Mathcad, MATLAB, Maple и др.

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Приведены в ежегодно разрабатываемых домашних заданиях.

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

по направлению: Прикладные математика и физика
профиль подготовки: Управление инновациями в бизнесе
Физтех-школа бизнеса высоких технологий
кафедра высшей математики
курс: 2
квалификация: бакалавр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 4 (весенний) - Дифференцированный зачет

Разработчики:

А.В. Булинский, канд. физ.-мат. наук, доцент
В.Ю. Дубинская, канд. физ.-мат. наук, доцент

1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

| Код и наименование компетенции | Индикаторы достижения компетенции |
|--|--|
| УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач | УК-1.1 Анализирует задачу, выделяя этапы ее решения, действия по решению задачи |
| | УК-1.2 Находит, критически анализирует и выбирает информацию, необходимую для решения поставленной задачи |
| | УК-1.3 Рассматривает различные варианты решения задачи, оценивает их преимущества и недостатки |
| | УК-1.4 Грамотно, логично, аргументированно формирует собственные суждения и оценки |
| УК-6 Способен управлять своим временем, выстраивать и реализовывать траекторию саморазвития на основе принципов образования в течение всей жизни | УК-6.2 Способен планировать самостоятельную деятельность в решении профессиональных задач; подвергать критическому анализу проделанную работу; находить и творчески использовать имеющийся опыт в соответствии с задачами саморазвития |

2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Математическая статистика» обучающийся должен:

знать:

определения и свойства основных объектов изучения теории математической статистики, формулировки наиболее важных утверждений, методы их доказательств, возможные сферы приложений, в том числе:

- понятие выборочного метода;
- вариационный ряд, выборочная функция распределения, гистограмма, выборочное среднее и выборочная дисперсия;
- основные свойства точечных оценок параметров и методы их построения (моментов, максимального правдоподобия), интервальные оценки;
- проверка гипотез, статистические критерии;
- модель линейной регрессии.

уметь:

решать задачи вычислительного и теоретического характера в области математической статистики, устанавливать взаимосвязи между вводимыми понятиями, применять и доказывать основные теоремы и формулы, в том числе:

- анализировать свойства генеральной совокупности по эмпирическим данным;
- строить точечные оценки параметров и исследовать их свойства;
- строить интервальные оценки параметров;
- формулировать статистические гипотезы и проверять их с использованием различных критериев;
- строить и анализировать модель парной линейной регрессии.

владеть:

разнообразным математическим аппаратом, подбирая сочетания различных методов, для описания и анализа стохастических моделей динамики, в том числе:

- основными приемами вычисления пределов, исследования на экстремум функций одной и нескольких переменных;
- использованием различных видов сходимости последовательностей случайных величин;
- аппаратом условных математических ожиданий.

3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

Текущий контроль осуществляется на основе выполнения студентами совокупности домашних заданий и контрольных работ в соответствии с учебным планом. Данные о посещаемости и текущей успеваемости вносятся преподавателями в специальные журналы.

Текущий контроль на основе домашних заданий осуществляется в течение учебного семестра в сроки, установленные Учебным управлением, в соответствии с учебным планом.

Для сдачи задания студент обязан предоставить решение задачи домашнего задания в письменной форме, ответить на вопросы преподавателя и написать контрольную работу по заданию, по которой проверяются знание понятий и утверждений по темам сдаваемого задания и умению решать задачи.

Во время выполнения контрольной работы нельзя пользоваться помощью других лиц, вычислительной техники и мобильными телефонами.

4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся

Перечень контрольных вопросов для дифференцированного зачета:

1. Что называют генеральной совокупностью и случайной выборкой из неё? В чём заключается выборочный метод?
2. Что такое эмпирическая (выборочная) функция распределения? Гистограмма? Дайте определения выборочного среднего и выборочной дисперсии.
3. Что называется достаточной статистикой для параметра? Приведите примеры достаточных статистик.
4. В чём заключаются свойства состоятельности, несмещенности и эффективности точечных оценок? Приведите примеры наличия и отсутствия указанных свойств у оценок.
5. В чём заключается метод моментов получения точечных оценок параметров?
6. В чём заключается метод максимального правдоподобия получения точечных оценок параметров?
7. Что такое интервальная оценка неизвестного параметра и соответствующая ей доверительная вероятность?
8. Что такое статистическая гипотеза? Что представляют собой ошибки первого и второго рода?
9. Проверка гипотез о параметрах нормального распределения
10. Критерий отношения правдоподобия
11. Критерий χ^2
11. Что такое адекватность регрессионной модели, и каким образом можно её оценить?

Критерии оценивания

Оценка «отлично (10)» выставляется обучающемуся, если он показал всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений;

оценка «отлично (9)» выставляется обучающемуся, если он показал всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений, но при этом были допущены небольшие неточности, которые были самостоятельно обнаружены и исправлены;

оценка «отлично (8)» выставляется обучающемуся, если он показал всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений, но при этом были допущены небольшие неточности, которые после указания экзаменатора были самостоятельно исправлены;

оценка «хорошо (7)» выставляется обучающемуся, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает неточности в ответе или делает несущественные ошибки при решении задач;

оценка «хорошо (6)» выставляется обучающемуся, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает небольшие ошибки в ответе и (или) при решении задач;

оценка «хорошо (5)» выставляется обучающемуся, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но отвечает неуверенно и (или) допускает ошибки при решении задач;

оценка «удовлетворительно (4)» выставляется обучающемуся, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, неточные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, если при этом он владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;

оценка «удовлетворительно (3)» выставляется обучающемуся, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, неточные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, не владеющему некоторыми разделами учебной программы, но умеющему применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;

оценка «неудовлетворительно (2)» выставляется обучающемуся, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных понятий дисциплины и не умеет использовать полученные знания при решении типовых практических задач;

оценка «неудовлетворительно (1)» выставляется обучающемуся, показавшему полное незнание учебной программы дисциплины.

5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

Дифференцированный зачет проводится по итогам текущей успеваемости сдачи заданий и контрольных вопросов, предусмотренных программой дисциплины.

При проведении устного опроса обучающемуся предоставляется 1 астрономический час на подготовку.

Опрос обучающегося на устном опросе не должен превышать двух астрономических часов.

Во время проведения устного опроса обучающиеся могут пользоваться только программой дисциплины.